

微小共振器におけるカーコムの数値シミュレーション法

藤井 瞬, 鈴木 良, 堀 敦裕, 久保田 啓寛, 田邊 孝純

慶應義塾大学 理工学部電子工学科 (〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1)

Numerical Simulation Method of Kerr Comb in a Microcavity

Shun FUJII, Ryo SUZUKI, Atsuhiko HORI, Akihiro KUBOTA, and Takasumi TANABE

Faculty of Science and Technology, Keio University, 3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa 223-8522

(Received September 18, 2017)

In this study, numerical modeling and simulations of Kerr frequency comb and Kerr soliton in microcavities were performed with nonlinear coupled mode equation (NCME) and Lugiato-Lefever equation (LLE). We compared two methods and performed simulations of mode-locked Kerr comb in microcavities with anomalous and normal dispersions.

Key Words: Microcavity, Kerr frequency comb, Four-wave mixing, Optical soliton

1. はじめに

高 Q 値かつ低モード体積 V を有する微小光共振器を用いると、三次非線形光学効果を低パワーの連続(Continuous Wave: CW)レーザー光入力で発生することができる^{1,2)}。近年、縮退四光波混合(Degenerate Four-Wave Mixing: DFWM)と非縮退四光波混合(Non-Degenerate Four-Wave Mixing: NDFWM)が連鎖的に発生することにより周波数軸上に等間隔な光スペクトルを形成する光カーコムの研究が盛んに行われている^{3,4)}。光カーコムはマイクロコムともよばれ、従来の光周波数コム光源と比較して、非常にコンパクトで低消費エネルギー、高い繰り返し周波数(Free Spectral Range: FSR)を持つという特長がある。特にシリカ(SiO_2)^{5,6)}やシリコンナイトライド(Si_3N_4)共振器⁷⁾はCMOS互換プロセスで作製できることから、シリコンチップ集積が可能である。さらに分散設計も容易であることから、非常に多くの研究が報告されるようになってきた。その一方でフッ化マグネシウム(MgF_2)に代表されるフッ化物材料は、チップ集積は難しいが、前者と比較して非常に高い Q 値を達成できるという特徴をもつ⁸⁾。このような様々な共振器材料とリングやディスク、ロッドといった共振器構造との組み合わせで数多くのプラットフォームが報告されるようになり、それぞれの特性を生かしたカーコムの研究が行われている。

2014年にはモードロック(縦モード間の位相が揃った)した光カーコムの発生が実証された⁹⁾。このとき報告されたパルス幅(FWHM)は200 fsであった。このような共振器内を周回する光パルスはカーソリトン(Dissipative Kerr Soliton: DKS)とよばれ、モードロックしていない光カーコムであるMIコム(Modulation Instability Comb)状態

と明確に区別されている。またここでいう散逸性(Dissipative)とは分散性と非線形性、利得と損失という2つの平衡が成り立っていることを意味しており、ファイバレーザーのソリトンモード同期手法やそのソリトンとして知られる散逸性ソリトンとは異なることに注意されたい。Fig. 1にCW励起光からFWMを介して発生する光カーコムとカーソリトンの概要図を示した。モードロックした光カーコムは低位相ノイズの光源となりうるため、RF信号発生器¹⁰⁾やコヒーレント光通信¹¹⁾、デュアルコム分光¹²⁾といった様々な応用が実験室レベルで達成されつつある。

また、実験による光カーコム、カーソリトンの観測に加

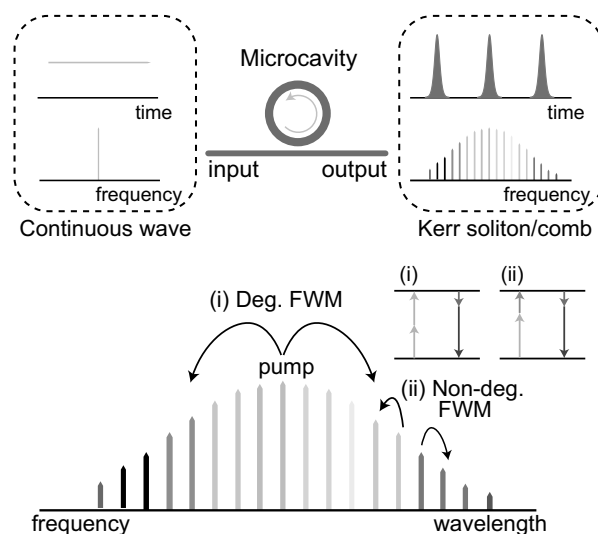


Fig. 1 Schematic illustration of Kerr soliton and comb formation via degenerate and non-degenerate four-wave mixing by continuous wave pump.

えて数値シミュレーションによる研究も進展してきた。正確な数値シミュレーションは実験に必要なパラメータを検討し、実験にフィードバックすることを可能にするだけでなく、新たな実験手法や理論の提案に大きな役割を果たすことになる。実際に、光カーコムの初期の研究においては、位相同期状態(カーソリトン)をどのようにして得るのかの実験的手法が明らかではなく、励起光の波長やパワーを掃引することで位相同期が実現できることが理論計算の助けも借りながら明らかにされてきた。

本論文では光カーコムの数値シミュレーションに用いられる2つの異なる手法について検討する。一つが非線形結合モード方程式(Nonlinear Coupled Mode Equation: NCME)であり、他方が非線形シュレディンガー方程式(Nonlinear Schrödinger Equation: NLSE)を基本とするLugiato-Lefever Equation: LLEである。この2つの手法は独立に発展してきたので、近年まで本質的に同等であることは明確に示されてこなかった。本論文で初めてこの2つの手法による計算結果を直接比較検討し、同等性を確認するとともに、それぞれの特徴について明らかにする。また、異常分散におけるカーソリトン発生に関する詳細な解析と、正常分散で光カーコムを発生するための結合共振器モデルを利用した数値シミュレーションについても示す。

2. カーコムのモデリング手法

2.1 Nonlinear Coupled Mode Equation (NCME)

光カーコムのシミュレーション手法の一つがNCMEを用いる方法である^{8,9,13}。NCMEは各コムモードの複素電界振幅が緩慢変化包絡線(Slowly-Varying Envelope: SVE)として近似できることを前提としており、任意の縦モード数に対して非線形モード方程式を立式し、それらを結合方程式として連立することで、光スペクトル発展と、スペクトルのフーリエ変換に対応する時間波形を逐次計算する手法である。非線形結合モード方程式は $|a_\mu|^2$ が各モードの光子数で規格化されるコムモード a_μ の微分方程式として次のように立式される。

$$\frac{da_\mu}{dt} = \left[\frac{\gamma}{2} + i(\omega_\mu - \omega_0 + \Delta - \mu D_1) \right] a_\mu + ig \sum_{j,k} a_j a_k a_{j+k+\mu}^* + f \delta_\mu \quad (1)$$

ここで t は時間、 $\gamma = \omega_0/Q = \omega_0/Q_{\text{int}} + \omega_0/Q_{\text{ext}}$ は共振器 Q 値に対応する共振器ロス、 ω_μ は各モードの共振周波数、 $\Delta = \omega_0 - \omega_p$ は励起される共振周波数と入力周波数の差であるデチューニングを表している。このとき添字 μ は励起される共振周波数($\mu = 0$)を基準としたときのモード番号を表しており、共振器の共振モードは次の式で与えられる。

$$\omega_\mu = \omega_0 + \mu D_1 + \frac{1}{2!} \mu^2 D_2 + \frac{1}{3!} \mu^3 D_3 + \dots \quad (2)$$

D_1 は共振器FSR、 D_2 、 D_3 はそれぞれ二次分散、三次分散を表しており、群速度分散パラメータである β_2 (ps^2/km)とは $D_2 = -(c/n_0) D_1^2 \beta_2$ という関係がある。このように共振

器の分散は D_1 間隔の等間隔な周波数グリッドからの共振周波数の差(ずれ)であり、 $D_2 > 0$ は異常分散、 $D_2 < 0$ は正常分散を表す。右辺第3項は四光波混合や自己位相変調といった光カー効果を表しており、 $g = (\hbar \omega_0^2 n_2 c) / n_0^2 V_{\text{eff}}$ は非線形係数である。ここで \hbar は換算プランク定数、 n_0 は屈折率、 n_2 (m^2/W)は非線形屈折率、 c は真空中の光速、 V_{eff} は実効モード体積を表しており、共振器長 L と実効モード面積 A_{eff} と $V_{\text{eff}} = A_{\text{eff}} L$ の関係が成り立つ。このとき添字 j 、 k も μ と同様にモード番号を表しており、これらの総和計算は自動的に位相整合条件を満たす関係のみを考慮している。最後の第四項は外部入力を表しており、 $f = [(\gamma_{\text{ext}} P_{\text{in}}) / \hbar \omega_0]^{1/2}$ は導波路との結合レート $\gamma_{\text{ext}} = \omega_0 / Q_{\text{ext}}$ と入力パワー P_{in} (W)から決定される係数である。 δ_μ はクロネッカーのデルタを表し、励起モード ω_0 にのみ外部入力作用する。非線形結合モード方程式は初期条件として非常に弱い白色ノイズを与え、4次のルンゲクッタ法により解くことができる。またFFTによる高速化手法が提案されており¹⁴、この手法を用いることで計算コストが低減できる。

2.2 Lugiato-Lefever Equation (LLE)

カーコムシミュレーションのもう一つの手法がLLEを利用する方法である^{15,16}。LLEはNLSEを共振器モデルに拡張したモデルであり、デチューニング項と外部入力項が存在する点がNLSEと異なる。数学的には、LLEにおいてはこの2つの項が存在するために解析的にソリトン解を求めることが不可能となる点がNLSEとは異なる。NCMEは各コムモードの時間発展がそれぞれの方程式で表されるのに対してLLEは共振器一周の境界条件の下に、場全体の変化を計算する。境界条件を $\phi = [-\pi, \pi]$ とおいたとき、ここで計算される共振器の内部場はフーリエ変換の関係から $A(\phi, t) = \sum_\mu a_\mu(t) \exp(i\mu\phi)$ と表され、LLEは以下の式で与えられる。

$$\frac{\partial A(\phi, t)}{\partial t} = - \left(\frac{\gamma}{2} + i\Delta \right) A + i \frac{D_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2} + ig |A|^2 A + f \quad (3)$$

ここで ϕ は共振器円周上の位置に対応する方位角、 t は時間を表している。右辺の各項は順に共振器ロス、デチューニング、分散、光カー効果、外部入力を表す。NCMEとの大きな違いは周期境界条件の存在である。これによりスプリットステップフーリエ法を用いて計算することができ、高速な解析が可能となる。

2.3 モデリングの特徴と実験結果との比較

異なる二つのモデリングを導入したが、これらは相補的なアプローチであり、同じ条件であれば当然同等の結果を導く。しかし、NCMEでは任意の縦モード数を設定できるほか、熱光学効果や異なる横モード間のモード結合を容易に導入することができる。一方でLLEの場合は誘導ラマン散乱やブリルアン散乱、自己急峻化といった非線形効果を加えることに適しており¹⁷、シミュレーションの用途に応じて利用することが可能である。ここではNCMEとLLEの同等性を比較するため、誘導ラマン

散乱のような他の非線形効果を含めないものとした。しかし実際には、誘導ラマン散乱はソリトン自己周波数シフトを引き起こすだけでなく、ソリトンの発生条件にも影響を与えることが分かっている¹⁸⁾。

Fig. 2にNCMEとLLEを用いた光カーコムのシミュレーション結果と実験結果を示す。計算パラメータは $Q = 1 \times 10^8$, $Q_{\text{ext}} = 2 \times 10^8$, 中心周波数 $\omega_0 = 2\pi \times 193$ THz, FSR = 145 GHz, 2次分散 $D_2 = 2\pi \times 550$ kHz ($\beta_2 = -20$ ps²/km), 非線形係数 $g = 0.0086$ rad/s, 入力パワー $P_{\text{in}} = 70$ mWとした。これらのパラメータは直径約450 μm のシリカロッド共振器を仮定している。また、微小光共振器は一般的に複数の横モードを保持しているが、ここでは1次のTEモードを仮定しており、このとき有効モード面積は $A_{\text{eff}} = 40 \mu\text{m}^2$ とした。FSRと分散(材料分散+導波路分散)および有効モード面積は有限要素法(Finite Element Method: FEM)を用いて計算した。簡単のためここに示す計算では3次以降の高次分散は無視しているが、一般的に高次分散は分散波やクラスターコム¹⁹⁾といった現象を引き起こすことが知られており、光カーコムの広帯域化に用いられる場合がある。Fig. 2(a), (b)はNCMEによる結果、Fig. 2(c), (d)はLLEによる結果であり、挿入図はそれぞれの時間波形を示している。どちらもシングルソリトンが達成されており、この結果から2つのモデリングが全く同等の結果を示すことが確かめられた。Fig. 2(e)はシリカロッド共振器(Fig. 2(f))を用いて実験的に観測された光スペクトルである。このとき1545 nm付近で非常に強い光が観測されたが、これは透過したポンプ光によるものである。実験で得られた光スペクトルは計算結果とよく似ているが、この状態はカーソリトンではなくモードロックしていないMIコムであると考えられる。実験において安定なカーソリトンを得るためにはソリトンが発生した時点において熱平衡状態を達成することが重要であり、そのために掃引開始波長、掃引停止波長、レーザー

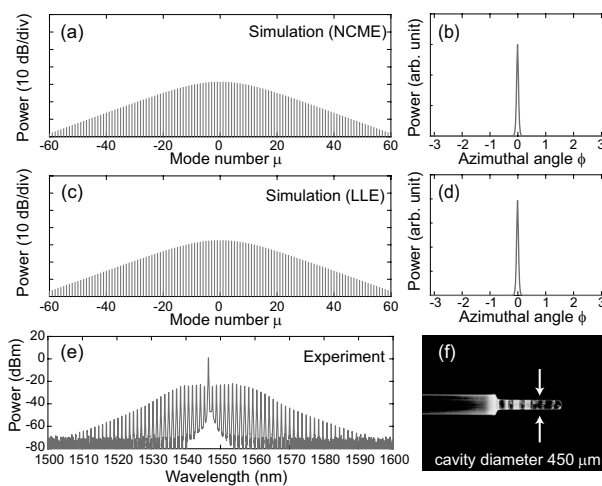


Fig. 2 (a), (b) Numerical simulation results with nonlinear coupled mode equation (NCME). (c), (d) Numerical simulation results with Lugiato-Lefever equation (LLE). (e) Experimental result in a silica rod microcavity. (f) Silica rod whispering gallery mode (WGM) microcavity with a diameter of $\sim 450 \mu\text{m}$.

掃引速度といったパラメータを最適な値に調整する必要がある。

最後に、NCMEとLLEのそれぞれの特徴をTable 1にまとめる。

3. LLEによるカーソリトンのシミュレーション

3.1 レーザー波長掃引によるカーソリトン発生

光カーコムにはチューリングパターン(Turing pattern), カオス(Chaos), カーソリトン(Dissipative Kerr soliton)の3つの状態があることが知られており、これらは共振器内部パワーの変化を観測することで明らかとな

Table 1 Comparison of NCME and LLE.

	Master equation	Characteristics
NCME	Coupled mode equation	Setting of an arbitrary number of modes, Mode coupling term
LLE	Nonlinear Schrödinger equation	Nonlinear effects (stimulated Raman scattering/stimulated Brillouin scattering/self-steeping; analytical description of soliton solution)

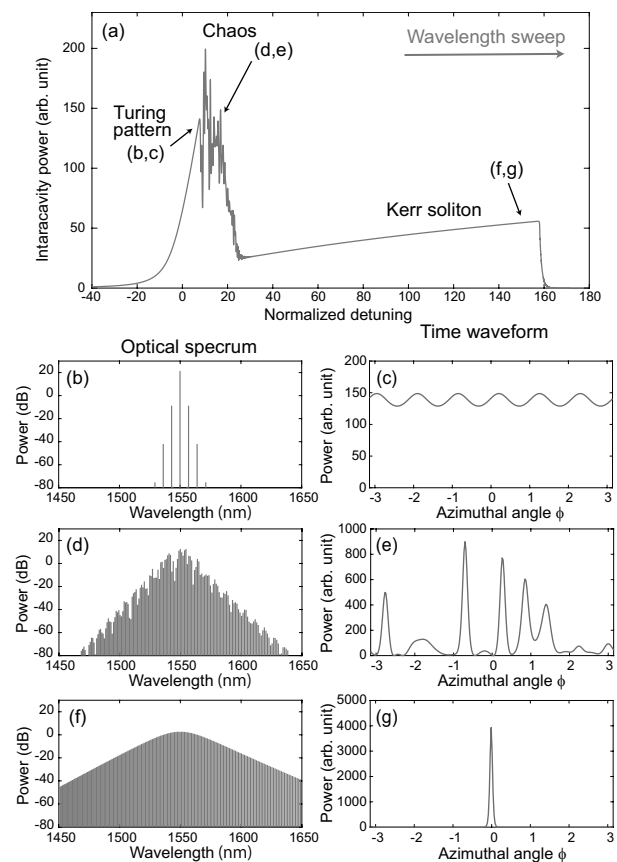


Fig. 3 (a) Intracavity power during a wavelength scan toward red wavelength. (b), (c) Turing pattern. Spectrum and time waveform are stable but not a soliton. (d), (e) Chaotic state. Spectrum and time waveform are unstable. (f), (g) Kerr soliton state.

る。Fig. 3(a)に励起波長を長波長側へ連続的に変化させたときの共振器内部パワーの変化を示した。内部パワーの増加とともにまず発生するのは、チューリングパターンコムである(Fig. 3(b, c))。チューリングパターンでは周期的な強度分布が得られるが、この状態はまだカーソリトンではない。そのあと内部パワーが乱雑に変化し、光スペクトル、時間波形ともに不安定になる。この状態がカオスであり、カーソリトンへ移行する前の段階であるといえる(Fig. 3(d, e))。カーソリトンになると内部パワーは急激に減少して安定し、 sech^2 関数で表されるソリトン波形となる(Fig. 3(f, g))。このような特徴的な変化は異常分散の共振器に共通してみられることが知られている⁹⁾。

3.2 カーソリトンのランダム性

カーソリトンを得る手法としては前述したレーザー波長掃引による方法が最も一般的である。しかし、この方法では発生するソリトン数にはランダム性があり、同じパラメータを用いた場合でも確定的に単一ソリトンを得ることができない。これは同じデチューニング量に対して、パルス数の異なる安定なソリトン解が複数存在することに起因する。

Fig. 4に同じパラメータを用いて4回計算を繰り返したときの共振器内部パワーの推移を示す。

それぞれ1, 2, 3ソリトンとソリトン化しない場合があり、これらがランダムに発生した。このようなランダム性はシステムがカオス状態を経由することが原因で発生するとされており、最近ではソリトン数の制御に関する研究が報告されている²⁰⁾。

また、それらの解を満たすようにソリトン数が減少しながら内部パワーがランダムに変化する場合が存在し、このとき発生する内部パワーの階段状の変化はソリトンステップとよばれる^{9,21)}。

4. NCMEによるダークソリトンシミュレーション

4.1 モード結合を利用した正常分散カーコム

CW励起光からDFWMによって発生するサイドバンド

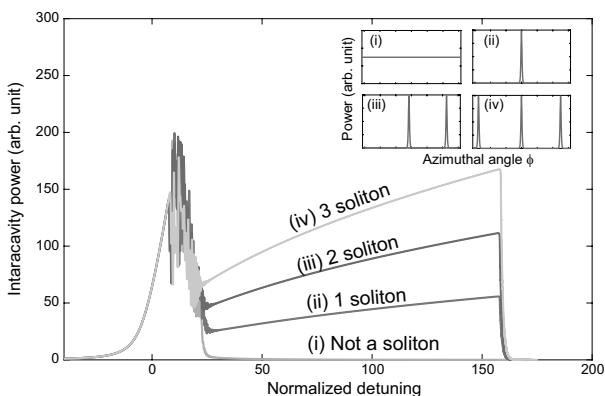


Fig. 4 Intracavity power when the calculation with the same parameters is repeated four times. Insets show time waveforms corresponding to (i-iv).

光の発生には異常分散における変調不安定性が必要とされる。そのため正常分散では光カーコムの発生条件を容易に満たすことができず、異常分散におけるカーソリトンと比較して、正常分散領域におけるカーソリトンであるダークソリトンの発生は困難であるとされてきた。しかし最近になって異なる共振波長の相互作用であるモード結合を利用することで正常分散領域中に局所的な異常分散点を作り出し、そこを起点として光カーコムが発生させる手法が実験的に実証された^{22,23)}。

モード結合を利用した正常分散コムの発生メカニズムをFig. 5に示す。異なる共振モードの強結合状態ではそれぞれの共振波長は擬交差(アンチクロッシング)し、実効的に共振波長がシフトする。特定の共振波長のシフトは正常分散を局所的に異常分散へ変化させることと等価であるため、そのモードを起点として位相整合条件が満たされポンプ光からDFWMが発生する。サイドバンド光の発生後は変調不安定性を必要としないNDFWMが連鎖的に発生することで正常分散領域においても光カーコムは広帯域化する。ここでは2つの共振モード間におけるモード結合を考慮したNCMEを新たに構築し、正常分散カーコムのシミュレーションを行った結果を示す。

4.2 モード結合項を含むNCME

モード結合は異なる共振モードの相互作用であるため、それぞれのモードに関するNCMEを以下のように立式する。

$$\frac{da_{\mu}}{dt} = -\left[\frac{\gamma_A}{2} + i(\omega_{\mu A} - \omega_0 + \Delta - \mu D_{1A})\right]a_{\mu} + ig_A \sum_{j,k} a_j a_k a_{j+k-\mu}^* + i\frac{\kappa_{\mu}}{2}b_{\mu} + f\delta_{\mu} \quad (4)$$

$$\frac{db_{\mu}}{dt} = -\left[\frac{\gamma_B}{2} + i(\omega_{\mu B} - \omega_0 + \Delta - \mu D_{1B})\right]b_{\mu} + ig_B \sum_{j,k} b_j b_k b_{j+k-\mu}^* + i\frac{\kappa_{\mu}}{2}a_{\mu} \quad (5)$$

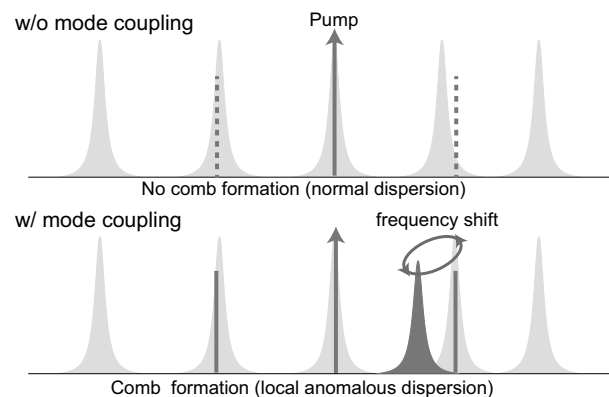


Fig. 5 Schematics of comb formation via mode coupling in normal dispersion system. Mode coupling induces the frequency shift, which makes the local anomalous dispersion in that mode. As a result, phase-matching is satisfied, and initial comb sidebands generated.

a_μ が外部入力のある主モード(Main), b_μ がモード結合を引き起こすための補助モード(Aux.), 右辺第四項の κ が結合レートを表している. それぞれのパラメータは独立であり, 2つの共振器モードを並列に計算するため計算コストは倍になる.

4.3 シミュレーション結果

計算パラメータはシリコンナイトライド共振器を仮定した²²⁾. 主モードの各値は $Q = 8.6 \times 10^5$, $Q_{\text{ext}} = 2.7 \times 10^6$, $\omega_{A0} = 2\pi \times 195$ THz, FSR = 231.4 GHz, $D_{2A} = 2\pi \times -9.1$ MHz, $g_A = 4.20$ rad/sとし, 補助モードは $Q = 8.6 \times 10^5$, $\omega_{B0} = \omega_{A0} + 2\pi \times 465$ MHz, FSR = 231.16 GHz, $D_{2B} = 2\pi \times -9.1$ MHz, $g_B = 4.20$ rad/s, 入力パワー $P_{\text{in}} = 400$ mW, 結合レート $\kappa = 2\pi \times 500$ MHzとした. このときの実効モード面積はどちらも $A_{\text{eff}} = 1.10 \mu\text{m}^2$ とした.

実験的にはモード結合を補助するモードに異なる共振器を用いる方法と, 同一共振器内の異なる横モードを利用する方法があるが, 結合レートと各モードのパラメータを設定すればそのどちらもシミュレーションが可能である. Fig. 6 にシミュレーション結果を示した. モード結合を利用した正常分散コムの発生では異常分散の光カーコムとはいくつか異なる特徴がみられる. デチューニングを変化させていくと (Fig. 6(a)), あるデチューニングに達したときに光カーコムが発生するが, このときカオスを經由することなくダークソリトン状態に達する

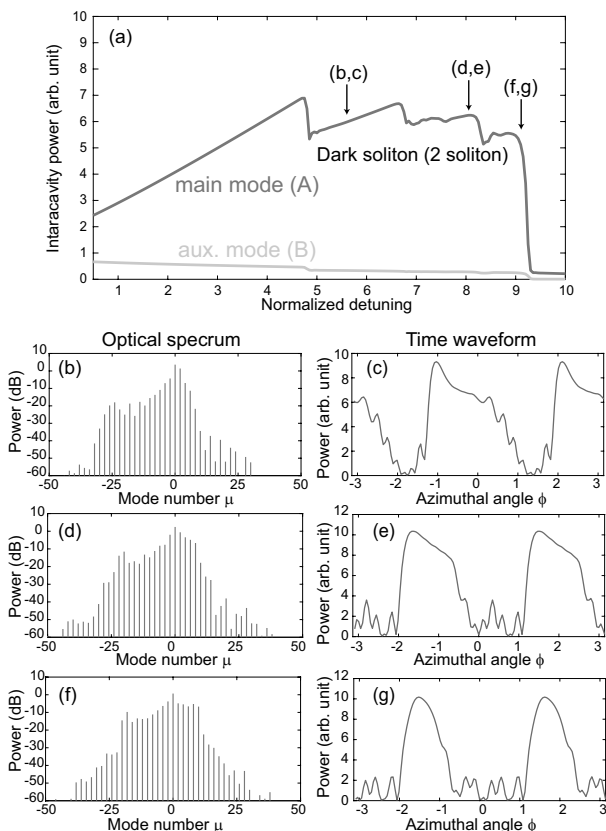


Fig. 6 (a) Intracavity power during a wavelength scan. 2-FSR comb and dark soliton are generated without chaotic state. (b, d, f) Optical spectra. (c, e, g) Time waveforms.

(Fig. 6(b, c)). さらに共振器内部パワーがステップ状に変化したとき, 異常分散で発生するようなソリトン数の変化が起こらず, ソリトン数は常に維持されながらスペクトルと時間波形が徐々に変化していく (Fig. 6(d, e, f, g)). また, 繰り返し計算を行っても内部パワーが同じ経路をたどることから, 異常分散においてみられるようなランダム性が正常分散ではみられないことが分かった. このような特徴は先行研究における実験^{22,23)}で観測された特徴とよく一致しており, 本モデルの正確性および, 確かに正常分散を有する共振器では結合したモードの擬交差を起点としてダークソリトンが生成することが確認できた.

5. 結論

本論文では微小光共振器を用いて発生される光カーコムおよびカーソリトンの数値シミュレーション手法であるLugiato-Lefever方程式(LLE)と非線形結合モード方程式(NCME)の, 2つのモデルによるシミュレーション結果を比較し, モデルの同等性を確認した. 実際にこの2つの手法を用いて直接計算結果を比較し, さらに実験結果と照らし合わせたのは本論文が初めての試みである. また, 異常分散領域におけるカーソリトン発生的手法と特徴を議論したあとに, モード結合を利用した正常分散領域における光カーコムとダークソリトンの正確な数値モデリングを新たに提案した. ここに示す結果は光カーコム, カーソリトンの応用に向けて数値シミュレーションの妥当性を裏付けるとともに, 共振器構造の設計や実験結果を理論的にサポートするものとなることが期待される.

謝辞

本研究の遂行にあたり理論面でのご助言をいただいた宮路 智行氏(明治大学特任講師)及び, 加藤 拓巳氏と岡部 悠介氏に深く感謝申し上げます. 本研究の一部は科研費(JPISH05429)の支援を受けて行われました.

参考文献

- 1) K. J. Vahala: Nature **424** (2003) 839.
- 2) T. Tanabe, M. Notomi, E. Kuramochi, A. Shinya, and H. Taniyama: Nat. Photonics **1** (2007) 49.
- 3) P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg: Nature **450** (2007) 1214.
- 4) P. Del'Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg: Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 063801.
- 5) D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala: Nature **421** (2003) 925.
- 6) H. Lee, T. Chen, J. Li, K. Y. Yang, S. Joen, O. Painter, and K. J. Vahala: Nat. Photonics **6** (2012) 369.
- 7) D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta, and M. Lipson: Nat. Photonics **7** (2013) 597.
- 8) A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Strekalov, M. Mohageg, V. S. Ilchenko, and L. Maleki: Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 243905.
- 9) T. Herr, V. Brasch, J. Jost, C. Wang, N. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg: Nat. Photonics **8** (2014) 145.
- 10) W. Liang, D. Eliyahu, V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, A. B.

- Matsko, D. Seidel, and L. Maleki: Nat. Commun **6** (2015) 7957.
- 11) J. Pfeifle, V. Brasch, M. Lauermann, Y. Yu, D. Wegner, T. Herr, K. Hartinger, P. Schindler, J. Li, D. Hillerkuss, *et al.*: Nat. Photonics **8** (2014) 375.
 - 12) M.-G. Suh, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, X. Yi, and K. J. Vahala: Science **354** (2016) 600.
 - 13) Y. K. Chembo and N. Yu: Phys. Rev. A **82** (2010) 033801.
 - 14) T. Hansson, D. Modotto, and S. Wabnitz: Opt. Commun. **312** (2014) 134.
 - 15) L. A. Lugiato and R. Lefever: Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 2209.
 - 16) Y. K. Chembo: Phys. Rev. A **87** (2013) 053852.
 - 17) G. Lin, S. Diallo, J. M. Dudley, and Y. K. Chembo: Opt. Express **24** (2016) 14880.
 - 18) C. Milián, A. V. Gorbach, M. Taki, A. V. Yulin, and D.V. Skryabin: Phys. Rev. A **92** (2015) 033851.
 - 19) S. Fujii, T. Kato, R. Suzuki, and T. Tanabe: Opt. Lett. **42** (2017) 2010.
 - 20) H. Guo, M. Karpov, E. Lucas, A. Kordts, M. H. P. Pfeiffer, V. Brasch, G. Lihachev, V. E. Lobanov, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg: Nat. Phys. **13** (2017) 94.
 - 21) T. Kato, A.-C. Jinnai, T. Nagano, T. Kobatake, R. Suzuki, W. Yoshiki, and T. Tanabe: Jpn. J. Appl. Phys. **55** (2016) 072201.
 - 22) X. Xue, Y. Xuan, Y. Liu, P. Wang, S. Chen, J. Wang, D. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner: Nat. Photonics **9** (2015) 594.
 - 23) X. Xue, Y. Xuan, P.-H. Wang, Y. Liu, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner: Laser Photonics Rev. **9** (2015) L23.